Examen d'automatique, ENSTA-Bretagne, ENSI 1

Jeudi 7 mars 2013 à 15h, durée : 1h15.

Seuls les polycopiés et vos notes de cours/td sont autorisés.

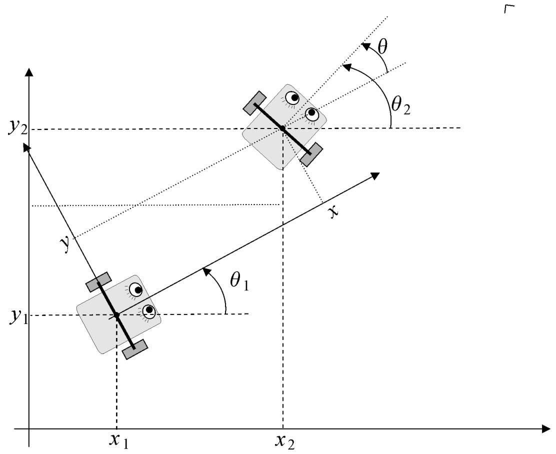
Exercice 1. On considère deux robots décrits par les équations d'état suivantes

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = v_1 \cos\theta_1 \\ \dot{y}_1 = v_1 \sin\theta_1 \\ \dot{\theta}_1 = u_1 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \dot{x}_2 = v_2 \cos\theta_2 \\ \dot{y}_2 = v_2 \sin\theta_2 \\ \dot{\theta}_2 = u_2 \end{cases}$$

Soit $\mathbf{x} = (x, y, \theta)$ le vecteur position du robot 2 dans le repère du robot 1 (voir figure). Montrer que $\mathbf{x}$ satisfait une équation d'état de la forme

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}, \mathbf{u}).$$

Il faudra donner l'expression de $\mathbf{f}$.



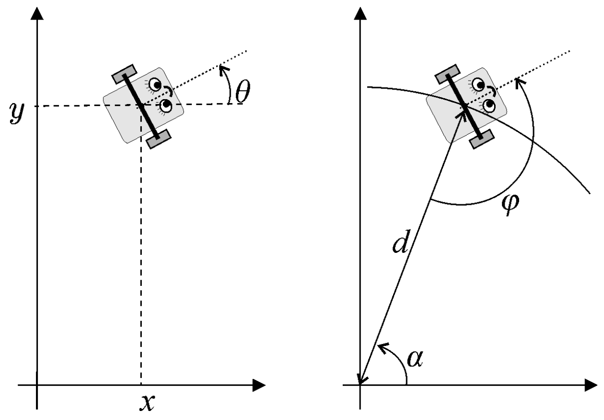
Exercice 2. On considère le robot décrit par les équations d'état suivantes

$$\begin{cases} \dot{x} = \cos\theta \\ \dot{y} = \sin\theta \\ \dot{\theta} = u. \end{cases}$$

L'objectif pour le robot est de rester dans un voisinage autour de zéro.

1) Le système admet-il un point d'équilibre ?

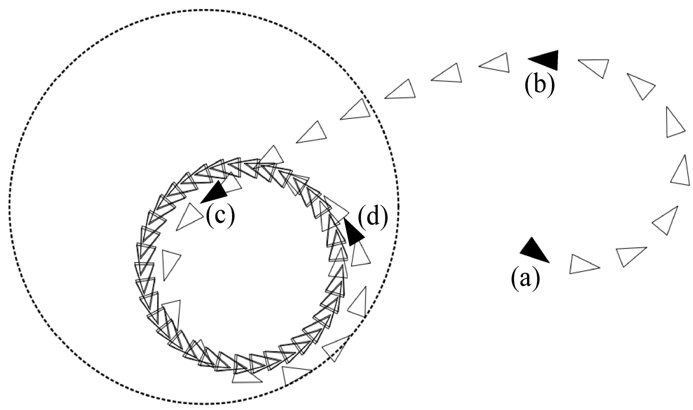
2) Motivés par le fait que le problème de rester autour de zéro pour le robot admet une symétrie de rotation, on se propose de passer d'une représentation cartésienne (x, y, θ) vers une représentation polaire (α, d, φ), comme représenté sur la figure. Donner les nouvelles équations d'état du système.



3) Pour résoudre notre problème, nous proposons la loi de commande qui suit

$$u = \begin{cases} +1 & \text{si } \cos\varphi \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{(le robot tourne à gauche)} \\ -\sin\varphi & \text{sinon} \quad \text{(commande proportionnelle)} \end{cases}$$

Une illustration de cette loi de commande est donnée ci-dessous.



Cette commande résout-elle le problème. Pourquoi ?