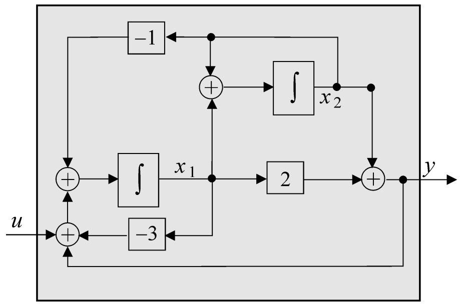
Examen d'automatique, rattrapage, ENSI 1, jeudi 20 Mars 2014

Consignes. *Seules les notes de cours-TD et le polycopié sont autorisés. La calculatrice est interdite. Encadrez vos résultats et justifiez chacun d'eux.*

Exercice 1. On considère le système $\mathcal{S}$ décrit par le câblage ci-dessous.

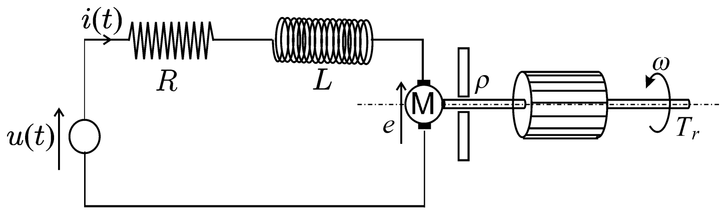


1) Donner ses équations d'état sous forme matricielle.

2) Calculer le polynôme caractéristique du système. Le système est-il stable ?

3) Calculer la fonction de transfert du système.

Exercice 2. On considère le moteur à courant continu ci dessous.



Ses équations d'état sont de la forme

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} & = & -\frac{R}{L}i - \frac{\kappa}{L}\omega + \frac{u}{L} \\ \dot{\omega} & = & \frac{\kappa}{J}i - \frac{\rho}{J}\omega - \frac{T_r}{J} \end{cases}$$

où κ, R, L, J sont des paramètres constants du moteur. Les entrées sont la tension u et le couple T_r, les variables d'état sont i et ω. On utilise ce moteur pour pomper l'eau d'un puit. Dans ce cas, le couple utilisé est $T_r = \alpha\omega$, où α est un paramètre constant. On négligera ρ devant α. Il n'y a désormais plus qu'une seule entrée pour le système moteur+pompe : la tension u.

1) Donner les équations d'état du système moteur+pompe.

2) On choisit pour sortie $y = \omega$. Calculer la fonction de transfert du système moteur+pompe.

3) Donner l'équation différentielle associée à cette fonction de transfert.

4) On prend pour vecteur d'état $\mathbf{x} = (y, \dot{y})^{\mathrm{T}}$. Donner une représentation d'état du système sous forme matricielle.

5) Une commande *proportionnelle et dérivée* est une combinaison linéaire de la sortie y, de sa dérivée $\dot{y}$, et de la consigne w (attention à ne pas confondre la consigne w avec la vitesse de l'arbre moteur ω). Cette commande s'écrit sous la forme $u = hw - k_1 y - k_2 \dot{y}$. Donner les équations d'état du système moteur+pompe bouclé par une telle commande.

6) Donner les valeurs de k_1 et k_2 qu'il nous faut choisir pour avoir les pôles du système bouclé égaux à -1.

7) Trouver h de façon à ce que y converge vers w, lorsque la consigne w est constante.
