

## Examen kalman, ENSTA-Bretagne, ENSI 2. 21 janvier 2014

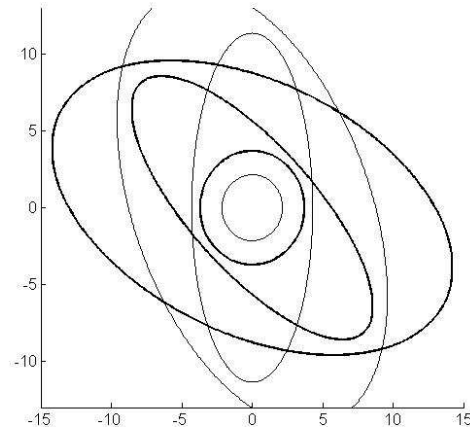
La calculatrice est interdite. Seul le polycopié et vos notes de cours/td sont autorisés.

---

**Exercice 1.** Sous MATLAB on génère 6 matrices de covariance comme suit

```
A1=[1 0;0 3]; A2=[cos(pi/4) -sin(pi/4);sin(pi/4) cos(pi/4)];  
G1=eye(2,2); G2=3*eye(2,2); G3=A1*G2*A1'+G1; G4=A2*G3*A2'; G5=G4+G3; G6=A2*G5*A2';
```

Ici,  $A2$  correspond à une matrice de rotation d'angle  $\frac{\pi}{4}$ . Ensuite, on trace les 6 ellipsoïdes de confiance associées à ces matrices en les centrant autour de 0. On obtient la figure ci-dessous. Indiquer sur la figure à quelle matrice de covariance est associée chacune des ellipses. Justifier complètement votre raisonnement.



---

**Exercice 2.** Un bateau est suivi par deux radars positionnés en  $\mathbf{a} : (a_x, a_y)$ ,  $\mathbf{b} : (b_x, b_y)$  qui renvoient le carré de la distance au bateau. Le vecteur d'état du bateau est  $\mathbf{x} = (p_x, v_x, p_y, v_y)^T$  où  $(p_x, p_y)$  et  $(v_x, v_y)$  représentent la position et la vitesse du bateau. Le programme MATLAB ci-dessous simule le bateau est le localise grâce à un filtre de Kalman. Il est composé du programme principal et de la fonction d'observation  $\mathbf{g}$ .

1) Commenter ce programme (sur une feuille indépendante).

2) Modifier ce programme de façon (1) à rajouter un troisième radar  $\mathbf{c} : (15, 20)$ , dont l'écart type sur la mesure (c'est-à-dire la distance au carré) est de 4 ; (2) la position initiale du bateau est maintenant connue avec une précision de 10 mètres ; (3) par Doppler, on est capable de mesurer (en plus des distances) la vitesse  $(v_x, v_y)$  du bateau avec une précision de  $1\text{ms}^{-1}$ .

```
a=[0;0]; b=[10;0];  
x=[4;0;1;0]; Ak=[1 0.1 0 0; 0 0.9 0 0; 0 0 1 0.1; 0 0 0 0.9];  
Ga=diag([0;0.1;0;0.1]); Gb=diag([9;9]);  
xh=[1;0;5;0]; Gx=100*eye(4,4);  
for t=0:0.1:10,  
y=g(x)+sqrtm(Gb)*randn(2,1);  
Ck=2*[xh(1)-a(1), 0, xh(3)-a(2), 0; xh(1)-b(1), 0, xh(3)-b(2), 0];  
[xh, Gx]=kalman(xh, Gx, 0, y-g(xh)+Ck*xh, Ga, Gb, Ak, Ck);  
x=Ak*x+sqrtm(Ga)*randn(4,1);  
end;  
function y=g(x), y=[norm(x([1,3])-a)^2;norm(x([1,3])-b)^2];
```

---