Examen de robotique mobile, ENSTA-Bretagne, ENSI 2

Lundi 30 mars 2015, 8h10-9h30.

La calculatrice est interdite,

Seuls le polycopié de robotique et vos notes de cours/td sont autorisés.

La correction vous sera envoyée par email juste après l'examen.

Exercice 1. On considère la voiture de Dubins suivante

$$\left\{\begin{array}{lll}\dot{x} & = & \cos\theta \\ \dot{y} & = & \sin\theta \\ \dot{\theta} & = & u.\end{array}\right.$$

On voudrait que cette voiture ait une distance à un observateur au point 0 qui varie comme on le souhaite. Plus précisément, on souhaite que la sortie

$$\delta = \frac{x^2 + y^2}{2}$$

soit égale à la consigne

$$w(t) = 0.1 \cdot \sin t + 1$$

En utilisant une méthode de linéarisation par bouclage, donner la loi de commande $u(t)$ qui convienne ? On prendra tous les pôles en -1.

Exercice 2. Un robot situé en $\mathbf{p} = (x, y)$ doit rejoindre une cible de mouvement inconnu dont on connaît la position $\hat{\mathbf{p}}$ et la vitesse $\hat{\mathbf{v}}$. On modélise le comportement souhaité pour notre robot par le potentiel

$$V(\mathbf{p}) = -\hat{\mathbf{v}}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{p} + \|\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}\|^2,$$

où le potentiel $-\hat{\mathbf{v}}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{p}$ représente la consigne de vitesse et le potentiel $\|\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}\|^2$ rend attractif la position cible $\hat{\mathbf{p}}$.

1) Calculer le gradient du potentiel $V(\mathbf{p})$ et en déduire le vecteur vitesse consigne $\mathbf{w}(\mathbf{p}, t)$ à appliquer à notre robot de façon à ce qu'il réponde correctement à ce potentiel.

2) On suppose que notre robot obéit aux équations d'état suivantes :

$$\left\{\begin{array}{lll}\dot{x} & = & v\cos\theta \\ \dot{y} & = & v\sin\theta \\ \dot{v} & = & u_1 \\ \dot{\theta} & = & u_2\end{array}\right.$$

Proposer une loi de commande correspondant au champ de potentiel désiré.

Correction de l'examen d'automatique, ENSTA-Bretagne, ENSI 2

Correction de l'exercice 1. On pose $\delta = \frac{x^2+y^2}{2}$. On a

$$\begin{array}{rcl} \dot{\delta} & = & x\dot{x} + y\dot{y} = x\cos\theta + y\sin\theta \\ \ddot{\delta} & = & -x\dot{\theta}\sin\theta + \dot{x}\cos\theta + y\dot{\theta}\cos\theta + \dot{y}\sin\theta \\ & = & -xu\sin\theta + \cos^2\theta + yu\cos\theta + \sin^2\theta \\ & = & (-x\sin\theta + y\cos\theta)\,u + 1. \end{array}$$

On pose

$$u = \frac{v-1}{-x\sin\theta + y\cos\theta}.$$

Ainsi $\ddot{\delta} = v$. Ensuite, on pose

$$\begin{array}{rcl} v & = & (w-\delta) + 2\left(\dot{w} - \dot{\delta}\right) + \ddot{w} \\ & = & (0.1\cdot\sin t + 1 - \delta) + 2\left(0.1\cdot\cos t - \dot{\delta}\right) - 0.1\cdot\sin t \\ & = & \left(0.1\cdot\sin t + 1 - \dfrac{x^2+y^2}{2}\right) + 2\left(0.1\cdot\cos t - x\cos\theta - y\sin\theta\right) - 0.1\cdot\sin t. \end{array}$$

Ainsi

$$u = \frac{\left(0.1\cdot\sin t + 1 - \frac{x^2+y^2}{2}\right) + 2(0.1\cdot\cos t - x\cos\theta - y\sin\theta) - 0.1\cdot\sin t - 1}{-x\sin\theta + y\cos\theta}.$$

Correction de l'exercice 2.

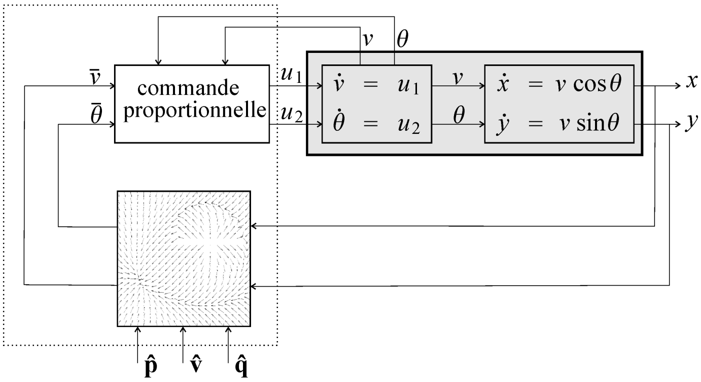
1) Du fait que $\mathbf{w} = -\mathrm{grad}(V(\mathbf{p}))$, on en déduit que

$$\mathbf{w}(\mathbf{p},t) = -\mathrm{grad}\,\mathbf{V}(\mathbf{p}) = -\left(\frac{dV}{d\mathbf{p}}(\mathbf{p})\right)^{\mathrm{T}} = \hat{\mathbf{v}} - 2(\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}).$$

2) On peut suivre le principe rappelé sur la figure. Tout d'abord, décompose le robot (en gris sur la figure) en une chaine de deux blocs. Le premier bloc forme les vitesses à partir des actionneurs et le deuxième construit le vecteur position $\mathbf{p} = (x, y)$. Ensuite, on calcule l'inverse à gauche du premier bloc afin de se retrouver avec un système du type

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dot{x} & = & \bar{v}\cos\bar{\theta} \\ \dot{y} & = & \bar{v}\sin\bar{\theta} \end{array} \right.$$

Cette inversion approximative se fait par une simple commande proportionnelle. Puis, on génère la nouvelle entrée $\left(\bar{v}, \bar{\theta}\right)$ par le potentiel à satisfaire.



Régulateur (en pointillé) obtenu par la méthode des potentiels

Pour la commande, on pourra prendre une commande proportionnelle en vitesse et sur en cap, ce qui nous donne

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \|\mathbf{w}(\mathbf{p},t)\| - v \\ \text{sawtooth}\left(\text{angle}\left(\mathbf{w}(\mathbf{p},t)\right) - \theta\right) \end{pmatrix}$$

où *sawtooth* est la fonction *dents de scie* qui évite les sauts de 2π.
