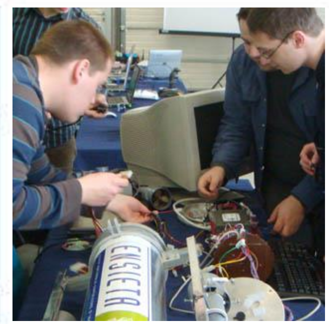
ENSTA Bretagne



Modèle dynamique Lagrangien symbolique: Dimensionnement, contrôle, observation en robotique

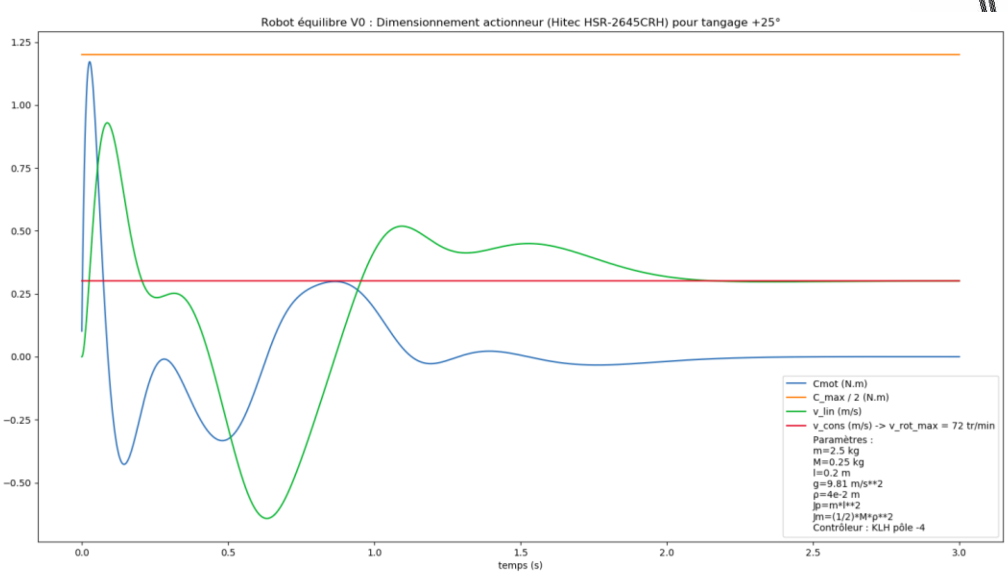
Sommaire

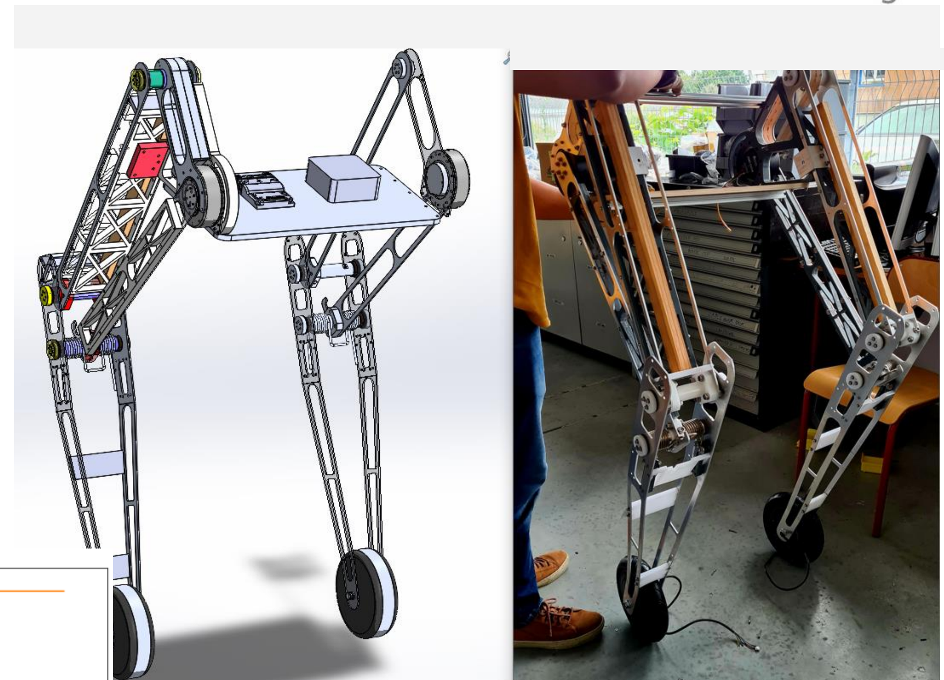
- Intérêt de la modélisation
- Les approches énergétiques
- Mise en pratique

Dimensionnement

- **Coûts élevés des actionneurs**
- **Processus de sélection**
  - **Choix catalogue vérifiant Cmot0**
  - **Intégrer l'inertie au modèle**
    - **Si Cmot0 suffisant OK**
    - **Sinon réitérer**

Courbes de dimensionnement

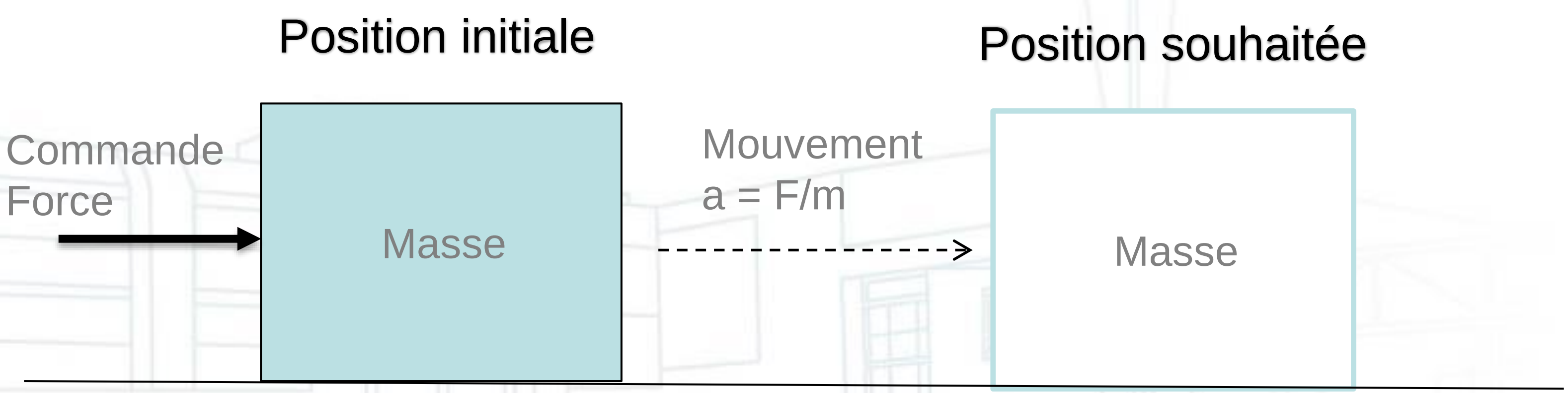




EquiLeap - ENSTA Bretagne

Contrôle basé modèle

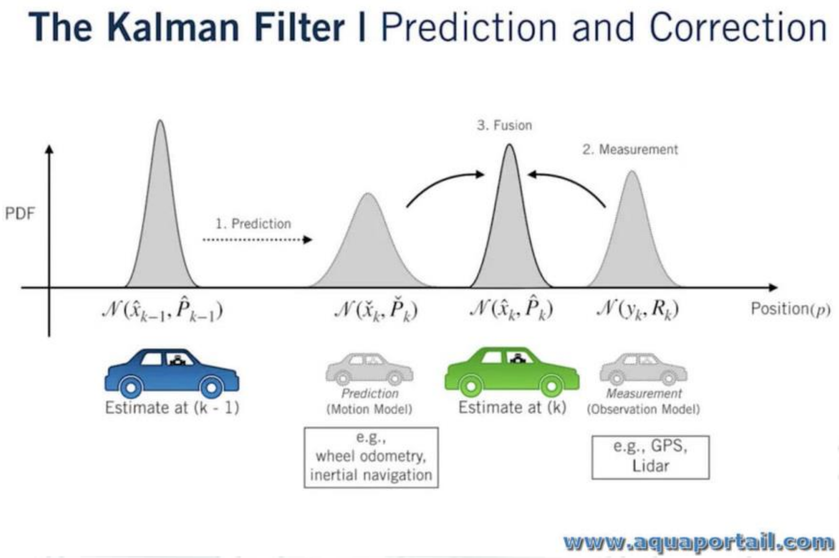
- « Prédit » la réaction du système à une commande
  - Contrôle par bouclage linéarisant
  - Contrôle par mode glissant
  - Contrôleur optimale
  - …



Quelle commande appliquée ?

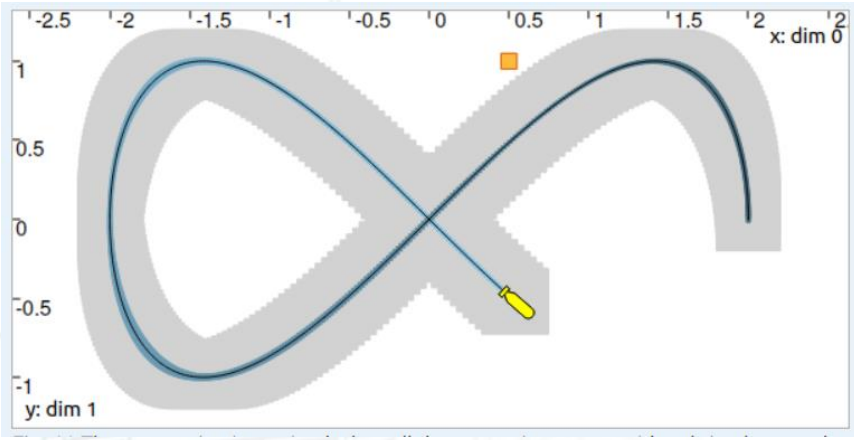
Observateur basé modèle

Prédiction Kalman



Contracteur ctc.deriv

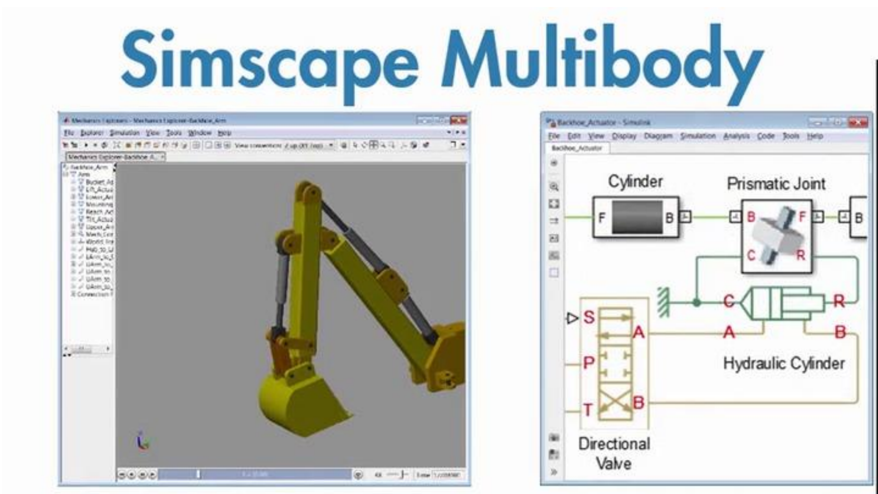
- Codac.io



Simplicité sur les systèmes complexes

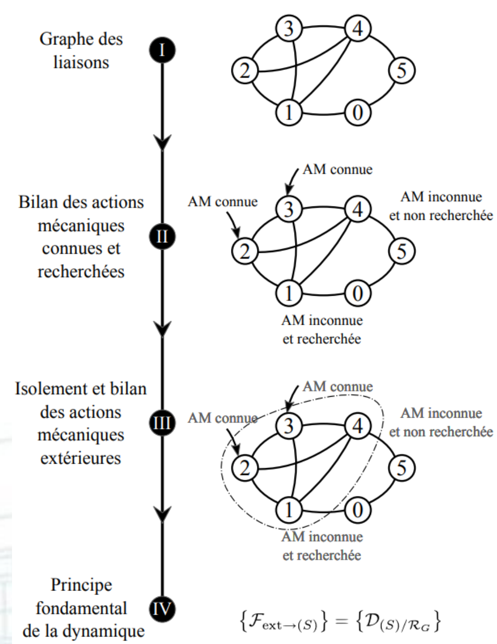
CAO / Modèles physiques

- Plutôt conception détaillée



Méthode de Newton

- Stratégie fastidieuse pour réduire le nb d'inconnues



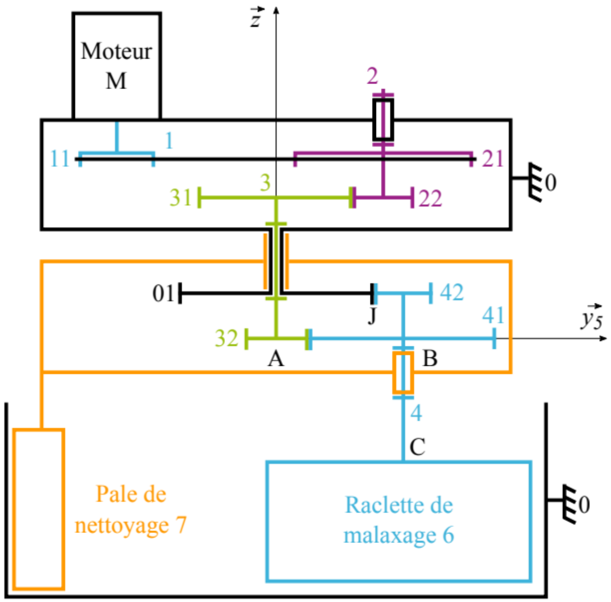
SII Henri IV

- Approche énergétique plus simple : Bilan énergétique

Limite du théorème de l'énergie cinétique

- Théorème de l'énergie cinétique
  - Reformulation de la conservation d'énergie
  - Loi du mouvement système à 1DDL
  - Manques d'informations si plusieurs DDL

$$\frac{\mathrm{d}E_{\Sigma/\mathcal{R}_G}}{\mathrm{d}t} = P_{\mathrm{ext}/\mathcal{R}_G} + P_{\mathrm{int}}$$



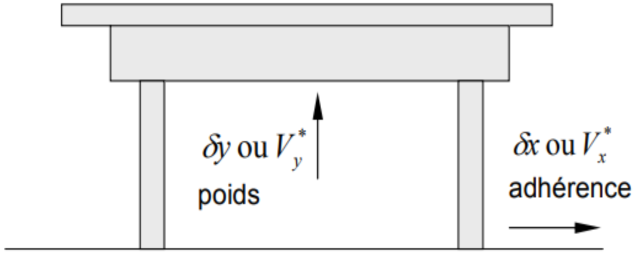
SII Henri IV

Principe de d'Alembert

- Wikipédia : Les forces de contrainte d'un système ne travaille pas lors d'un déplacement virtuel
  - Strictement vrai pour les solides indéformables

- Formulation $$\sum_{i\in P}\left(\vec{F}_i - m_i\vec{a}_i\right)\cdot\delta\vec{r}_i = 0$$

- Déplacement virtuel



Formalise de Lagrange - Philippe Hautcoeur

- Aboutit aux équations d'Euler-Lagrange

$$L = K - V \qquad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_r} = F_r$$

Equation d'Euler-Lagrange (moorepants github)

- Equations d'Euler-Lagrange $$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_r} = F_r$$

- Fonction de contrainte

$$\bar{f}_{hn}(\bar{q}, \dot{\bar{q}}) = \mathbf{M}_{hn}\dot{\bar{q}} = 0 \qquad \sum_r a_r(\bar{q})\dot{q}_r = 0$$

- Multiplicateurs de Lagrange $$\bar{g}_d = \lambda a_r(\bar{q})$$

- Equation d'Euler-Lagrange avec contraintes

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_d & -\mathbf{M}_{hn}^T \\ \mathbf{M}_{hn} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\bar{q}} \\ \bar{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{F}_r - \bar{g}_d \\ -\frac{\partial \mathbf{M}_{hn}\dot{\bar{q}}}{\partial \bar{q}}\dot{\bar{q}} \end{bmatrix}$$

Différents cas à considérer

- Force conservative

$$\bar{F}_r = -\frac{\partial V}{\partial q_r}$$

- Force dissipative : Fonction générale de dissipation (profoundphysics)

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial L}{\partial q_i} - \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i}\ , \quad D = \frac{1}{n+1}\sum_j c_j v_j^{n+1}$$

- Contraintes

$$\bar{g}_d = \lambda a_r(\bar{q})$$

Calcul symbolique

- Utilisation de sympy

```
# Euler-Lagrange Equations no constraints:
euler_lagrange_eqs = []
for i, qi in enumerate(q):
    dL_dqi = L.diff(qi)
    dL_dqi_dot = L.diff(q_dot[i])
    euler_lagrange_i = dL_dqi - dL_dqi_dot.diff(t)
    euler_lagrange_eqs.append(euler_lagrange_i)
Q = sp.Matrix(euler_lagrange_eqs).T

# Constraint
f_hn = sp.Matrix(cstr); f_hn_nb = f_hn.shape[0]
f_hn_dot = f_hn.diff(t)
M_hn = f_hn.jacobian(q_dot);
la = sp.Matrix([sp.Function(f'la{j+1}')('t') for j in range(f_hn_nb)])
tau = M_hn.T*la
tau = tau.T

# Euler-Lagrange Equations with constraints
EL = sp.Matrix([*list(Q-tau),f_hn_dot])
M = EL.jacobian(q_ddot+[la])
B = M*sp.Matrix(q_ddot+[la])-EL
```

Conclusion

- Intérêt du modèle dynamique
  - Dimensionnement, Contrôle, Observateur d'état

- Intérêt pratique
  - Génération du modèle simplifié par calcul symbolique
  - Transférabilité du modèle pour le dimensionnent, contrôle, observation : M*inconnues=B

- Comparaison à la méthode numérique de Newton-Euler
  - Plus rapide car méthode itérative : Récursion avant et arrière
  - Pas de modèle explicite (inconnues=inv(M)*B)

- Pour la thèse
  - Etudier les transferts d'énergie entre DDL par les contraintes

Merci pour votre attention !